

**Matematyka
branżowa szkoła I stopnia**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

1. **Sprawność rachunkowa.**
Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.
2. **Wykorzystanie i tworzenie informacji.**
 - 1) Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.
 - 2) Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.
3. **Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.**
 - 1) Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.
 - 2) Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.
 - 3) Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
 - 4) Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.
4. **Rozumowanie i argumentacja.**
 - 1) Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.
 - 2) Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
 - 3) Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
 - 4) Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

- I. **Liczby rzeczywiste. Uczeń:**
 1. wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) w zbiorze liczb rzeczywistych;

2. stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
3. posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
4. stosuje prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
5. wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

1. stosuje wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$;
2. usuwa pierwiastek z mianownika w wyrażeniach postaci: $\frac{a}{\sqrt{b}}$ i $\frac{a}{b \pm \sqrt{c}}$;
3. dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
4. wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.

III. Równania i nierówności. Uczeń:

1. przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
2. interpretuje równania i nierówności sprzeczne i tożsamościowe;
3. rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
4. rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

IV. Układy równań. Uczeń:

1. rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
2. stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

V. Funkcje. Uczeń:

1. określa funkcje za pomocą wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach), tabeli, wykresu, opisu słownego;
2. oblicza wartość w punkcie funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
3. odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały na których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile one istnieją) w danym przedziale oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przyjmowane;
4. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
5. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o wykresie;
6. szkicuje wykres funkcji kwadratowej na podstawie jej wzoru;
7. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);

8. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
9. wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
10. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
11. posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.

VI. Trygonometria. Uczeń:

1. wykorzystuje definicje sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 90° ;
2. znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
3. znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżone wartości kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
4. korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
5. rozwiązuje trójkąty prostokątne.

VII. Planimetria. Uczeń:

1. rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, jeśli zna długości boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
2. rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
3. korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i w trapezach;
4. stosuje własności kątów wpisanych i środkowych opartych na równych łukach;
5. oblicza pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
6. korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
7. wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
8. wykonuje konstrukcje okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;
9. wykonuje konstrukcje dwusiecznej, symetralnej, stycznej do okręgu przechodzącej przez zadany punkt i prostej równoległej do danej przechodzącej przez dany punkt;
10. stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

VIII. Geometria analityczna. Uczeń:

1. zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych, odczytuje współrzędne danych punktów;
2. rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt prostych, jeśli taki istnieje;

3. posługuje się równaniem prostej w postaci kierunkowej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (przechodzenie przez dany punkt, znany współczynnik kierunkowy, równoległość, prostopadłość do innej prostej);
4. oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

IX. Stereometria. Uczeń:

1. posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;
2. oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii.

X. Kombinatoryka. Uczeń:

1. zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych,
2. zlicza obiekty stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

1. oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach;
2. oblicza średnią arytmetyczną i znajduje medianę;
3. posługuje się pojęciem centyla.

Warunki i sposób realizacji

Oznaczenia. Nauczyciel powinien zwrócić uwagę na używanie powszechnie przyjętego oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb całkowitych symbolu \mathbb{Z} , dla liczb wymiernych – \mathbb{Q} , dla liczb rzeczywistych – \mathbb{R} . Oznaczenie liczb całkowitych literą C może prowadzić do nieporozumień i należy go unikać.

Uczniowie powinni przyzwyczać się do oznaczeń literowych i swobodnie stosować wzory, zarówno dla liter jak i dla liczb.

Przedziały. Uczeń powinien wykorzystywać przedziały do opisu zbioru rozwiązań nierówności. Warto podkreślić, że najważniejsza w odpowiedzi jest jej poprawność. Na przykład rozwiązanie nierówności $x^2 - 9x + 20 > 0$ może być zapisane na każdy z poniższych sposobów:

- rozwiązaniem nierówności może być każda liczba x , która jest mniejsza od 4 lub większa od 5;
- rozwiązaniami są wszystkie liczby x mniejsze od 4 i wszystkie liczby x większe od 5;
- $x < 4$ lub $x > 5$;
- $x \in (-\infty, 4)$ lub $x \in (5, \infty)$;
- $x \in (-\infty, 4) \cup (5, \infty)$.

Każdy z powyższych zapisów jest poprawny, formalność zapisu nie stanowi o jego większej wartości. Nieraz zapis bez użycia symboli matematycznych lepiej wykazuje zrozumienie przez uczniów kształconych treści.

Postać kanoniczna. Przy okazji wielomianów drugiego stopnia podkreślać należy znaczenie postaci kanonicznej funkcji kwadratowej i wynikających z tej postaci własności. Należy zwrócić uwagę, że wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego oraz na współrzędne wierzchołka paraboli, są jedynie wnioskami z niej. Warto podkreślić, że wiele zagadnień związanych z funkcją kwadratową daje się rozwiązać bezpośrednio z postaci kanonicznej, bez mechanicznego stosowania wzorów. W szczególności postać ta pozwala znajdować najmniejszą lub największą wartość funkcji kwadratowej, a także oś symetrii jej wykresu.

Trójkąty. Rozwiązywanie trójkątów to – zgodnie z tradycją – znajdowanie wszystkich kątów i boków na podstawie danych np. dwa boki i kąt między nimi zawarty albo trzy boki. Uczniowie powinni umieć wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30, 45, 60 stopni wykorzystując trójkąt prostokątny równoramienny lub trójkąt równoboczny.

Dowody. Samodzielne przeprowadzanie dowodów przez uczniów jest niezwykle ważne. Rozwija ono bowiem takie umiejętności jak: logiczne myślenie, precyzyjne wyrażanie myśli i zdolność rozwiązywania złożonych problemów. Przeprowadzanie dowodów ćwiczy konstruowanie poprawnych, przekonujących argumentów i rozumowań, które jest bardzo cenne w matematyce, ale też w wielu dziedzinach życia. Dlatego warto dokładać starań i kontynuować nauczanie wymagającej umiejętności dowodzenia, rozpoczęte pod koniec szkoły podstawowej.

Jedną z metod rozwijania umiejętności dowodzenia wśród uczniów jest omawianie dowodów twierdzeń, które uczeń poznaje. Jest to dobry sposób uświadamiania uczniowi, że stosowane w matematyce twierdzenia nie biorą się znikąd i nawet, jeśli nie wszystkie podane na lekcjach twierdzenia są dowiedzione, to twierdzenie w matematyce musi zostać udowodnione, aby mogło być stosowane. Z drugiej strony dowody przedstawianych w szkole twierdzeń są znakomitym źródłem wzorcowych rozumowań. Uczeń może uczyć się na ich podstawie jak powinien wyglądać właściwie skonstruowany dowód. Poniżej znajduje się lista twierdzeń, których dowody uczeń powinien poznać w czasie nauki matematyki w branżowej szkole I stopnia.

Twierdzenia:

1. Dowód niewymierności liczby $\sqrt{2}$.
2. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego, współrzędne wierzchołka paraboli.
3. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych).
4. Twierdzenie o kątach w okręgu:
 - a) Kąty środkowe są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.
 - b) Kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku.
5. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym:

Jeśli odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym ACB , to $|AD| \cdot |BD| = |CD|^2$, $|AC|^2 = |AB| \cdot |AD|$ oraz $|BC|^2 = |AB| \cdot |BD|$.